

3. test iz Matematike

29.05.2004.

Grupa A29054

1. Definirajte lokalni minimum funkcije $f = f(x, y)$, dviju varijabli.
2. Izvedite formulu za metodu parcijalne integracije, te pomoću nje izračunajte

$$\int x e^x dx.$$

3. Dana je funkcija ukupnog prihoda $R(Q_1, Q_2) = (Q_1 + 1)^2 + 4(Q_1 + 1) + (Q_2 - 2)^2 + 12(Q_2 - 1)$, te funkcija ukupnih troškova $T(Q_1, Q_2) = 2(Q_1 + 1)^2 + 2(Q_2 - 2)^2 - 8$, gdje su Q_1 i Q_2 količine proizvoda 1 i 2. Odredite optimalnu kombinaciju proizvodnje u cilju maksimiziranja dobiti (profita)! Odredite maksimalnu dobit (profit). (Uputa: dobit = ukupni prihod – ukupni troškovi).

4. Dana je funkcija $f(x, y) = \left(\frac{y^2}{x^3}\right)^{\frac{1}{t-2}} \ln \frac{x}{y}$. Odredite parametar $t \in \mathbb{R}, t \neq 2$, tako da se uslijed povećanja varijabli x i y za 10%, vrijednost funkcije $f(x, y)$ povećava za 21%.

5. Odredite funkciju $y = y(x)$, za koju je $E_{y,x} = x - 2$, a $y(1) = e^2$.

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa B29054

1. Definirajte lokalni maksimum funkcije $f = f(x, y)$, dviju varijabli.
2. Definirajte kako se računa integral $\int_{-\infty}^a f(x)dx$. Odredite vrijednost integrala $\int_{-\infty}^1 e^{2x} dx$.
3. Dana je funkcija $f(x, y, z) = \sqrt[t+1]{\frac{zx}{y}} - \left(\frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{t+1}}$. Odredite parametar $t \in \mathbb{R}, t \neq -1$, tako da zbroj svih parcijalnih elastičnosti dane funkcije bude jednak nuli.
4. Odredite optimum funkcije $z(x, y) = x^2 - y^2$, uz uvjet $2x+y=1$.
5. Dana je funkcija graničnih troškova

$$t(Q) = 16Q^3 + 9Q^2 - 8Q + 10.$$

Odredite funkciju ukupnih troškova, ako fiksni troškovi iznose 20.

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa C29054

1. Definirajte homogenost funkcije $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Je li funkcija

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_3 \sqrt{\ln \frac{x_1 + x_2}{x_2 + x_3}}$$
 homogena, te ako je homogena,

odredite joj stupanj homogeniteta.

2. Definirajte linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Kada je linearna diferencijalna jednadžba homogena, a kada nehomogena?
3. Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - 3x + y^2 - y + 2$.
4. Izračunajte mjerni broj površine lika omeđenog grafovima funkcija

$$y(x) = -x^2 + 4 \quad \text{i} \quad y(x) = 2.$$

5. Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe: $xy' + y - y' = 2x$.

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa D29054

1. Navedite algoritam za određivanje lokalnog ekstrema funkcije dviju varijabli $f=f(x,y)$. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 3y$.
2. Definirajte primitivnu funkciju za danu funkciju $f(x)$. Navedite osnovna pravila integriranja. Odredite primitivnu funkciju za funkciju $f(x) = x^3 - 2x + 1$.
3. Izračunajte približnu vrijednost $1,01^{3,99}$.
4. Izračunajte površinu lika omeđenog grafovima funkcija

$$y(x) = x^3 \text{ i } y(x) = 4x.$$

5. Odredite funkciju ukupnih prihoda $R=R(Q)$ kao funkciju proizvodnje Q , ako je

$$E_{R,Q} = -3Q^2, \text{ a } R\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{e}.$$

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa E29054

1. Definirajte sve parcijalne derivacije prvog reda funkcije $f = f(x_1, x_2)$ dviju varijabli. Za funkciju $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^{-3} - \sqrt{x_2^3 x_1^5} + \frac{x_1 + x_2}{2}$, odredite $\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}$, u točki (1,1).
2. Napišite formulu za izračunavanje mjernog broja površine lika omeđenog grafovima funkcija $f(x)$ i $g(x)$, za koje vrijedi da je $0 \leq g(x) \leq f(x)$. Odredite mjerni broj površine lika omeđenog grafovima funkcija $f(x) = 8$ i $g(x) = (x-1)^2 + 4$.
3. Dana je funkcija proizvodnje $Q(L, C) = 3\sqrt{LC}$, gdje je L rad, C kapital, a Q količina proizvodnje. Ako jedna jedinica rada stoji 10, jedna jedinica kapitala 20, a poduzeće ima na raspolaganju 10 000, odredite kombinaciju rada i kapitala uz koju se ostvaruje maksimalna proizvodnja. Koliko iznosi maksimalna proizvodnja?
4. Riješite integral

$$\int (-3x + 2) \sin x dx.$$

5. Odredite funkciju ukupnih troškova $T=T(Q)$, za koju vrijedi da je $E_{A,Q} = \frac{3-Q}{Q+3}$, gdje su $A(Q) = \frac{T(Q)}{Q}$ prosječni troškovi, a uz jediničnu proizvodnju ukupni troškovi iznose 4.

(Uputa: $E_{A,Q} = E_{T,Q} - 1$).

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa F29054

1. Definirajte ukupni (potpuni, totalni) prirast funkcije $f = f(x_1, x_2)$ od dviju varijabli, te njezin ukupni (potpuni, totalni) diferencijal prvog reda. Za funkciju $f(x, y) = x^2 - y^2$, izračunajte ukupni (potpuni, totalni) prirast i ukupni (potpuni, totalni) diferencijal ako je $x = 3, y = 4, \Delta x = 0,01$ i $\Delta y = -0,02$.

2. Definirajte kako se izračunava integral $\int_0^{+\infty} f(x)dx$. Izračunajte

$$\int_0^{+\infty} 2e^{-2x} dx.$$

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ uz uvjet $x+y=1$.

4. Izračunajte

$$\int (8x + 7) \sin x dx.$$

5. Odredite sve funkcije ukupnih troškova $T=T(Q)$, (gdje je Q proizvodnja), za koje vrijedi da je $E_{T,Q} = -2$.

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa G29054

1. Objasnite kako se pomoću ukupnog (potpunog, totalnog) diferencijala drugog reda Lagrangeove funkcije rješava problem nalaženja ekstrema funkcije $f(x, y)$ dviju varijabli uz uvjet (ograničenje) $g(x, y) = 0$.
2. Definirajte kako se izračunava integral

$$\int_a^b f(x)dx,$$

ako podintegralna funkcija $f(x)$ ima prekid u točki $c \in (a, b)$, a neprekidna je u svim drugim točkama segmenta $[a, b]$.

3. Za funkciju $f(x, y, z) = \sqrt[3]{\frac{x^4 y^5}{z^2}}$, izračunajte $xf_x + yf_y + zf_z$.
4. Izračunajte sljedeći integral

$$\int \frac{2dx}{x^2 + 4x + 3}.$$

5. Dana je funkcija graničnih troškova $t=t(Q)$ formulom $t(Q)=(Q+1)\ln Q$, gdje je Q proizvodnja. Odredite funkciju ukupnih troškova, ako na nivou proizvodnje $Q=1$, ukupni troškovi iznose $\frac{3}{4}$.

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa H29054

1. Navedite Schwarzov teorem za funkciju $f(x,y)$ dviju varijabli, te ga provjerite za funkciju

$$f(x, y) = \ln \frac{x}{y} - \sqrt{x^3 y^3}.$$

2. Napišite definiciju obične diferencijalne jednačbe prvog reda. Objasnite što je opće rješenje jednačbe, a što partikularno.
3. Dana je funkcija ukupnih troškova $T(L, C) = L^2 - LC + C^2$ i funkcija proizvodnje $Q(L, C) = LC$, gdje je L rad, a C kapital. Nađite kombinaciju rada i kapitala uz koju se na nivou proizvodnje $Q=1$ ostvaruju minimalni troškovi. Odredite minimalne troškove.
4. Izračunajte mjerni broj površine lika omeđenog grafovima funkcije $f(x) = \sqrt{x-4}$, osi apscisa te pravcem $x=8$.
5. Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' - 2y = 0.$$

3. test iz Matematike
29.05.2004.

Grupa I29054

1. Definirajte koeficijente parcijalne i križne (ukrštene) elastičnosti za funkciju potražnje $q_i(p_1, \dots, p_n)$ za i -tim dobrom, gdje su p_1, \dots, p_n cijene dobara $1, \dots, n$. Primjenom Eulerovog teorema izvedite formulu za zbroj svih parcijalnih i križnih (ukrštenih) elastičnosti te funkcije.
2. Definirajte kako se izračunava integral

$$\int_a^b f(x) dx,$$

ako podintegralna funkcija $f(x)$ ima prekid u točki $x=b$, a neprekidna je na $[a, b)$. Izračunajte integral

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}.$$

3. Odredite ekstreme funkcije $f(x) = x^2 - xy + y^2$, uz uvjet $x-2y=0$.
4. Izračunajte integral

$$\int (3x+4) \cos x dx.$$

5. Odredite funkciju $y=y(x)$ za koju vrijedi da je $E_{x,y} = 2x+1$, a $y(1) = \frac{1}{4}$.
(Uputa: $E_{x,y} = \frac{1}{E_{y,x}}$).

